

**С.В. ГРИНЧЕНКО**, н.с., Институт ионосферы НАН и МОН Украины

## **ОПРЕДЕЛЕНИЕ СКОРОСТИ ПЕРЕНОСА ПЛАЗМЫ В ОБЛАСТИ F2 ИОНОСФЕРЫ ПО ТЕМПЕРАТУРАМ ИОНОВ И ЭЛЕКТРОНОВ И ЭЛЕКТРОННОЙ КОНЦЕНТРАЦИИ, ИЗМЕРЕННЫМ МЕТОДОМ НЕКОГЕРЕНТНОГО РАССЕЯНИЯ**

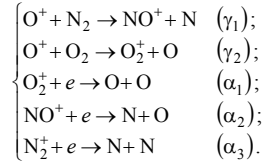
Актуальним завданням є теоретичний розрахунок швидкості перенесення плазми за даними вимірів електронної концентрації методом некогерентного розсіяння. Використання експериментальних даних електронної концентрації, представлених у вигляді значень на дискретних висотах, вимагає їх попереднього згладжування і безперервної апроксимації. Тому запропоновано алгоритм побудови профілю електронної концентрації за його характеристиками (висотою головного максимуму, значенню електронної концентрації в максимумі шару F2, верхньої і нижньої півтовщинам, значенню електронної концентрації і шкалі висот на 600 км).

The actual problem is a theoretical calculation of plasma transport velocity on electron density data, measured by incoherent scatter method. Using of experimental data of electron density, presented in the form of values at discrete heights, demands their preliminary smoothing and continuous approximation. Therefore the algorithm of construction of electron density profile under its characteristics (height of the main maximum, value of electron density in a maximum of layer F2, upper and lower semi-thickness, value of electron density and scale of heights on 600 km) is offered.

**Постановка задачи.** Уравнение непрерывности  $\partial n_i / \partial t = q - L - \partial(n_i v_z) / \partial t$  [1] пространственно-временного распределения ионов  $O^+$  позволяет по температурам ионов  $T_i$  и электронов  $T_e$  и концентрации  $n_i = n(O^+)$  вычислять скорость  $v_z(h)$  движения ионов  $O^+$ . Поэтому представляет интерес задача вычисления скорости переноса  $v_z(h)$  плазмы по экспериментальным значениям  $T_i$ ,  $T_e$  и концентрации электронов  $n_e$ . Сравнение теоретически вычисленного и экспериментально измеренного высотных профилей скорости переноса позволило бы подтвердить правильность измерения ионосферных параметров и проверить корректность используемой схемы физико-химических процессов области F2. Для решения данной задачи требуется решить две проблемы. Во-первых, требуется найти теоретическое выражение концентрации ионов  $O^+$  из электронной концентрации  $n_e(h)$ . И, во-вторых, для использования экспериментального профиля электронной концентрации необходимо заменить дискретный набор экспериментальных данных непрерывным аналитическим выражением  $n_e(h)$ . Для решения первой проблемы принципиальной сложности нет, так как теория образования области F2 подробно разработана, и следует просто творчески использовать известные подходы. Решение же второй проблемы не нашло удовлетворительного отражения в научной литературе. Анализ состояния решения этой задачи рассматривается в соответствующем разделе статьи.

**Выражение  $n_i = n(O^+)$  через  $n_e$ .** Днём основным источником ионообразования служит солнечное ультрафиолетовое излучение (СУФ).

Основными нейтральными компонентами в интервале высот области F2 являются O, O<sub>2</sub>, N<sub>2</sub>. При ионизации нейтральных составляющих образуются ионы O<sup>+</sup>, O<sub>2</sub><sup>+</sup>, N<sub>2</sub><sup>+</sup>. Эти ионы вступают в ионно-молекулярные реакции с нейтральными составляющими, а также в реакции прямой рекомбинации



Для ионов O<sup>+</sup>, O<sub>2</sub><sup>+</sup>, N<sub>2</sub><sup>+</sup>, восстанавливающихся прямой рекомбинацией, считается выполненным условие фотохимического равновесия, когда скорость ионообразования под действием СУФ уравновешена скоростью рекомбинации, имеющей химическую природу:  $q(\text{O}_2^+) = L(\text{O}_2^+)$ ,  $q(\text{NO}^+) = L(\text{NO}^+)$ ,  $q(\text{N}_2^+) = L(\text{N}_2^+)$ . Для ионов O<sup>+</sup>, диффундирующих по высоте,  $q(\text{O}^+) \neq L(\text{O}^+)$ .

И баланса приведенных реакций получаем:

$$\begin{cases} L(\text{O}_2^+) = \alpha_1[e][\text{O}_2^+] - \gamma_2[\text{O}^+][\text{O}_2] = q(\text{O}_2^+); \\ L(\text{NO}^+) = \alpha_2[e][\text{NO}^+] - \gamma_1[\text{O}^+][\text{N}_2] = q(\text{NO}^+) = 0; \\ L(\text{N}_2^+) = \alpha_3[e][\text{N}_2^+] = q(\text{N}_2^+). \end{cases}$$

Из написанных уравнений следует, что:

$$\begin{aligned} [\text{O}_2^+] &= \frac{q(\text{O}_2^+) + \gamma_2[\text{O}^+][\text{O}_2]}{\alpha_1[e]}; \\ [\text{NO}^+] &= \frac{\gamma_1[\text{O}^+][\text{N}_2]}{\alpha_2[e]}; \\ [\text{N}_2^+] &= \frac{q(\text{N}_2^+)}{\alpha_3[e]}. \end{aligned}$$

Из условия квазинейтральности ионосферной плазмы имеем:

$$\begin{aligned} [e] &= [\text{O}^+] + [\text{O}_2^+] + [\text{NO}^+] + [\text{N}_2^+] = \\ &= [\text{O}^+] + \frac{q(\text{O}_2^+) + \gamma_2[\text{O}^+][\text{O}_2]}{\alpha_1[e]} + \frac{\gamma_1[\text{O}^+][\text{N}_2]}{\alpha_2[e]} + \frac{q(\text{N}_2^+)}{\alpha_3[e]} = \\ &= [\text{O}^+] + \frac{q(\text{O}_2^+)}{\alpha_1[e]} + \frac{\gamma_2[\text{O}^+][\text{O}_2]}{\alpha_1[e]} + \frac{\gamma_1[\text{O}^+][\text{N}_2]}{\alpha_2[e]} + \frac{q(\text{N}_2^+)}{\alpha_1[e]}, \end{aligned}$$

откуда

$$\begin{aligned}
 [e]^2 &= [O^+][e] + \frac{q(O_2^+)}{\alpha_1} + \frac{\gamma_2[O^+][O_2]}{\alpha_1} + \frac{\gamma_1[O^+][N_2]}{\alpha_2} + \frac{q(N_2^+)}{\alpha_1}; \\
 [e]^2 - \frac{q(O_2^+)}{\alpha_1} - \frac{q(N_2^+)}{\alpha_1} &= [O^+] \left( [e] + \frac{\gamma_2[O_2]}{\alpha_1} + \frac{\gamma_1[N_2]}{\alpha_2} \right); \\
 [O^+] &= \frac{[e]^2 - \frac{q(O_2^+)}{\alpha_1} - \frac{q(N_2^+)}{\alpha_1}}{[e] + \frac{\gamma_2[O_2]}{\alpha_1} + \frac{\gamma_1[N_2]}{\alpha_2}}.
 \end{aligned}$$

Скорость рекомбинации ионов  $O^+$  выражается формулой

$$L(O^+) = \gamma_1[O^+][N_2] + \gamma_2[O^+][O_2] = (\gamma_1[N_2] + \gamma_2[O_2])[O^+] = \beta[O^+],$$

где  $\beta = \gamma_1[N_2] + \gamma_2[O_2]$  – линейный коэффициент рекомбинации ионов  $O^+$ .

**Решение уравнение непрерывности.** Таким образом, по экспериментальным значениям температур ионов  $T_i$  и электронов  $T_e$  и концентрации электронов  $n_e$  возможно вычислять концентрацию ионов  $O^+$  и скорость  $v_z(h)$  движения этих ионов. В околорассветное время, когда  $\partial n_i / \partial t = 0$ , решение уравнения непрерывности  $q - L - d(n_i v_z) / dh = 0$  выражается формулой:  $v_z(h) = \frac{1}{n_i(h)} \left( \Phi_e - \int_h^{h_e} (q - L) dh \right)$ , где  $\Phi_e = 10^8 \text{ см}^{-2} \text{ с}^{-1}$  – поток ионов  $O^+$  на

верхней границе ( $h_e = 600 \text{ км}$ ) рассматриваемого интервала высот. На практике решение  $v_z(h)$  удобнее получать численным решением уравнения непрерывности. Обозначая  $n_i = n$ ,  $v_z = v$ , получаем:

$$\begin{aligned}
 q - \beta n - \frac{d}{dh}(nv) &= 0; \\
 q - \beta n - n \frac{dv}{dh} - v \frac{dn}{dh} &= 0; \\
 \frac{q_{k+1} + q_k}{2} - \frac{\beta_{k+1}n_{k+1} + \beta_k n_k}{2} - \frac{n_{k+1} + n_k}{2} \frac{v_{k+1} - v_k}{\Delta h} - \frac{v_{k+1} + v_k}{2} \frac{n_{k+1} - n_k}{\Delta h} &= 0; \\
 (q_{k+1} + q_k)\Delta h - (\beta_{k+1}n_{k+1} + \beta_k n_k)\Delta h - 2n_{k+1}v_{k+1} + 2n_k v_k &= 0.
 \end{aligned}$$

Отсюда  $n_k v_k = n_{k+1} v_{k+1} - (q_{k+1} + q - \beta_{k+1} n_{k+1} - \beta_k n_k) \Delta h / 2$ . На верхней границе ( $h_e = 600 \text{ км}$ )  $n_{k+1} v_{k+1} = \Phi_e$ .

Для использования экспериментального профиля электронной концентрации в качестве исходного данного теоретического перерасчёта его в высотный профиль скорости переноса необходимо его предварительно

сгладить и описать непрерывным по высоте аналитическим выражением.

**Обзор формул, используемых для описания высотного профиля электронной концентрации.** Для аппроксимации электронной концентрации на больших высотах используют уравнение

экспоненциального слоя [2]:  $n_e(h) = n_e(h_0)e^{-\frac{h-h_0}{H}}$ , т.е.  $\ln n_e(h) = \ln n_e(h_0) - \frac{h-h_0}{H}$ , где

$H$  – шкала высот. Это уравнение можно использовать для описания внешней части профиля.

При описании профиля около максимума электронной концентрации часто используют уравнение параболического слоя [2]:

$n_e(h) = n_{e\max} \left[ 1 - \left( \frac{h-h_{\max}}{H} \right)^2 \right]$ , где  $H$  – полутолщина параболы, т.е. половина

расстояния между высотами, на которых электронная концентрация равна нулю;  $h_{\max}$  – высота максимума слоя F2;  $n_{e\max} = n_e(h_{\max})$ .

Обсуждение методов эмпирического моделирования можно встретить в изданиях Болгарской Академии наук [3]. Диапазон высот внешней ионосферы автор разбивает на два интервала:  $2h_{\max} - h_1 \leq h \leq h_1$  и  $h > h_1$ . Высота  $h_1$  определяется равенством  $n_e(h_1) = 0.9n_{e\max}$ . На первом участке профиль описывается параболой  $n_e(h) = -Ah(h - B) = Ah(B - h)$ . Так как  $n_e(h_{\max}) = Ah_{\max}(B - h_{\max}) = n_{e\max}$ , то  $A = n_{e\max}/h_{\max}(B - h_{\max})$ . Поэтому аналитическая формула для аппроксимации профиля  $n_e(h)$  на рассматриваемом высотном интервале принимает вид

$$n_e(h) = n_{e\max} h(B - h)/h_{\max}(B - h_{\max}).$$

На втором участке профиль описывается экспоненциальной зависимостью  $n_e(h) = 0.9n_{e\max} e^{-p(h-h_1)}$ .

Широко известна модель ионосферы IRI (International Reference Ionosphere), построенная на основании обобщения эмпирических данных [4]. Модель реализует вычисление четырёх главных характеристик ионосферы: электронной концентрации, температуры ионов, температуры электронов, ионного состава. Для аналитического описания профиля  $n_e(h)$  диапазон высот ( $h \leq 1000$  км) разделён на 6 частей, в каждом из которых используются свои аналитические зависимости. При описании профиля электронной концентрации в районе области F2 и выше используется зависимость вида:  $\lg n_e(h) = -Kh + L - A \lg(B + e^{Ch}) - D \lg(E + e^{Fh})$ , где  $K, L, A, B, C, D, E, F$  – некоторые числовые коэффициенты.

В Институте земного магнетизма, ионосферы и распространения радиоволн (ИЗМИРАН) Российской академии наук создана модель трёхмерного распределения электронной концентрации внешней ионосферы по данным зондирования со спутников [5]. Для описания профиля электронной концентрации использована формула

$$n_e(h) = 4n_{e\max} \frac{e^{\frac{h-h_{\max}}{B}}}{\left(1 + e^{\frac{h-h_{\max}}{B}}\right)^2},$$

где параметр  $B = B_0 + k(h - h_{\max})$ . Видно, что  $n_e(h_{\max}) = n_{e\max}$ , при этом  $n_e(h \pm B) = 4n_{e\max}e/(1 + e)^2 \approx 0.7864n_{e\max}$ . Величину  $B$  называют параметром толщины слоя F2. Однако это представляется некорректным, т.к.  $B$  – функция высоты, а не постоянная величина, характеризующая толщину конкретного высотного профиля  $n_e(h)$ . Эта формула учитывает изменение шкалы высот профиля электронной концентрации с высотой. Заметим, что представленная формула имеет 4 параметра:  $h_{\max}$ ,  $n_{e\max}$ ,  $B_0$  и  $k$ . Из них два параметра ( $h_{\max}$  и  $n_{e\max}$ ) задают точку главного максимума, и два ( $B_0$  и  $k$ ) определяют характер высотного профиля  $n_e(h)$  выше максимума. Использование только двух величин для характеристики профиля электронной концентрации в интервале высот 250 – 1000 км представляется недостаточными для корректного описания профиля.

**Построение профиля электронной концентрации по его геометрическим параметрам и использование его для описания экспериментальных данных.** Для описания экспериментальных профилей электронной концентрации желательно иметь в распоряжении формулу  $n_e(h)$ , имеющую в качестве параметров величины, которые наглядно характеризовали профиль. Такими величинами в выше приведенных формулах являются  $n_{e\max}$  и  $h_{\max}$ . Изменение формы профиля при вариации остальных числовых коэффициентов без вычислений непредсказуемо. Поэтому была поставлена задача создания алгоритма построения высотного профиля электронной концентрации по геометрическим параметрам профиля, которые визуально легко снимались бы с графического изображения профиля. К геометрическим параметрам относятся, в частности, величины  $n_{e\max}$  и  $h_{\max}$ .

Для описания профиля  $\lg n_e(h)$  будем использовать следующие параметры:  $q = \lg n_{e\max}$  – значение логарифма электронной концентрации в максимуме слоя F2;  $p = h_{\max}$  – высота максимума слоя F2;  $t_u$  (upper semi-thickness) – верхняя полутолщина слоя F2, под которой будем понимать изменение высоты вверх от  $h_{\max}$ , при котором концентрация электронов уменьшается в 2 раза;  $t_l$  (lower semi-thickness) – нижняя полутолщина;  $g = \lg n_e(h = 600 \text{ км})$  – значение логарифма электронной концентрации на высоте 600 км;  $s$  – величина, равная перепаду высоты, при котором концентрация электронов при её экспоненциальном распределении, характерном для высоты 600 км, уменьшается в 10 раз (тогда величина  $-1/s$  есть угловой коэффициент касательной прямой, проведенной к кривой профиля  $\lg n_e(h)$  в точке (600 км;  $g$ )). Величина  $s$  – это по существу «десятичная» шкала высот

$H_{10}$ , которая характеризует функцию  $n_e = n_{e0} 10^{-\frac{h}{H_{10}}}$ . Заметим, что более привычная «натуральная» шкала высот  $H_e$  (или просто  $H$ ) характеризует зависимость  $n_e = n_{e0} e^{-\frac{h}{H}}$ . Таким образом, для описания профиля электронной концентрации будем использовать 6 параметров:  $q = \lg n_{e\max}$ ,  $p = h_{\max}$ ,  $t_u$ ,  $t_l$ ,  $g = \lg n_e(600 \text{ км})$  и  $H_{10}$ .

Для построения профиля электронной концентрации при  $h \geq h_{\max}$  используем формулу вида

$$\lg n_e(h) = (Ah + B)e^{-Dh} - Ch + E,$$

где  $A, B, C, D, E$  – некоторые коэффициенты. Для вычисления перечисленных коэффициентов требуется решить систему уравнений:

$$\begin{cases} \lg n_e(p) = q, \\ \frac{d}{dh} \lg n_e(h) \Big|_{h=p} = 0, \\ \lg n_e(p + t_u) = q - \lg 2, \\ \lg n_e(h_l) = g, \\ \frac{d}{dh} \lg n_e(h) \Big|_{h=h_l} = -\frac{1}{s}, \end{cases}$$

где  $h_l = 600 \text{ км}$ .

Учитывая, что  $\frac{d}{dh} \lg n_e(h) = (A - DAh - DB)e^{-Dh} - C$ , система принимает вид:

$$\begin{cases} (Ap + B)e^{-Dp} - Cp + E = q; \\ (A - DAp - DB)e^{-Dp} - C = 0; \\ (Ar + B)e^{-Dr} - Cr + E = q - \lg 2; \\ (Ah_l + B)e^{-Dh_l} - Ch_l + E = g; \\ (A - DAh_l - DB)e^{-Dh_l} - C = -\frac{1}{s}; \end{cases}$$

где  $r = p + t_u$ .

Полученную систему пяти уравнений с пятью неизвестными можно решить методом Ньютона для векторных уравнений  $\vec{F}(\vec{x}) = 0$ , в котором последовательные приближения решения находятся из уравнения  $\frac{d\vec{F}(\vec{x})}{d\vec{x}} \Big|_{\vec{x}=\vec{x}_k} (\vec{x}_{k+1} - \vec{x}_k) = -\vec{F}(\vec{x}_k)$ . Вектор  $\vec{x} = (A, B, D, C, E)^T$ .

$$\text{Векторная функция } \vec{F}(\vec{x}) = \begin{pmatrix} (Ap+B)e^{-Dp} - Cp + E - q \\ (A - DAp - DB)e^{-Dp} - C \\ (Ar+B)e^{-Dr} - Cr + E - q + \lg 2 \\ (Ah_1+B)e^{-Dh_1} - Ch_1 + E - g \\ (A - DAh_1 - DB)e^{-Dh_1} - C + \frac{1}{s} \end{pmatrix}.$$

Производная

$$\frac{d\vec{F}(\vec{x})}{d\vec{x}} = \begin{pmatrix} pe^{-Dp} & e^{-Dp} & -p(Ap+B) & e^{-Dp} & -p & 1 \\ (1-Dp) & e^{Dp} & -De^{-Dp} & (-2Ap-B+DAp^2+DBp) & e^{-Dp} & -1 & 0 \\ re^{-Dr} & e^{-Dr} & -r(Ar+B) & e^{-Dr} & -r & 1 \\ h_1e^{-Dh_1} & e^{-Dh_1} & -h_1(Ah_1+B) & e^{-Dh_1} & -h_1 & 1 \\ (1-Dh_1) & e^{Dh_1} & -De^{-Dh_1} & (-2Ah_1-B+DAh_1^2+DBh_1) & e^{-Dh_1} & -1 & 0 \end{pmatrix}.$$

Нулевое приближение можно найти из «упрощённой» системы уравнений

$$\begin{cases} (Ap+B)e^{-Dp} - Cp + E = q, \\ (A - DAp - DB)e^{-Dp} - C = 0, \\ (Ar+B)e^{-Dr} - Cr + E = q - \lg 2, \\ -Ch_1 + E = g, \\ -C = -\frac{1}{s}. \end{cases}$$

Геометрический смысл упрощения уравнений для нахождения нулевого приближения решения исходной системы уравнений состоит в том, что на высоте  $h_1 = 600$  км  $\lg n_e(h) \approx -Ch_1 + E$ . Последнюю систему уравнений можно свести к одному уравнению с одним неизвестным.

Профиль электронной концентрации при  $h \leq h_{\max}$  зададим с помощью параболы  $\lg n_e(h) = -Ah(h - 2B) + C$ . Коэффициенты  $A$ ,  $B$ ,  $C$  находятся из системы уравнений

$$\begin{cases} \lg n_e(p) = q; \\ \frac{d}{dh} \lg n_e(h) \Big|_{h=p} = 0; \\ \lg n_e(r) = q - \lg 2, \end{cases}$$

где  $r = p - t_i$ .

**Вычисление скорости переноса плазмы с помощью уравнения непрерывности по сглаженному экспериментальному профилю электронной концентрации.** Для вычисления высотного профиля скорости движения плазмы воспользуемся экспериментальными данными  $T_i(h)$ ,  $T_e(h)$ ,  $n_e(h)$  для 21 сентября 2006 г. и местного времени LT = 12 [6]. На рис. 1

представлен сглаженный профиль электронной концентрации (рис. 1а), характеризующийся следующими значениями геометрических параметров:  $q = \lg n_{e\max} = 5.72$  ( $[n_e] = \text{см}^{-3}$ ),  $p = h_{\max} = 220$  км,  $t_u = 83$  км,  $t_l = 47$  км,  $g = \lg n_e(600 \text{ км}) = 4.6$  и  $H_{10}(600 \text{ км}) = 530$  км и теоретически вычисленный по указанным экспериментальным данным высотный профиль вертикальной составляющей скорости движения плазмы (рис. 1б).

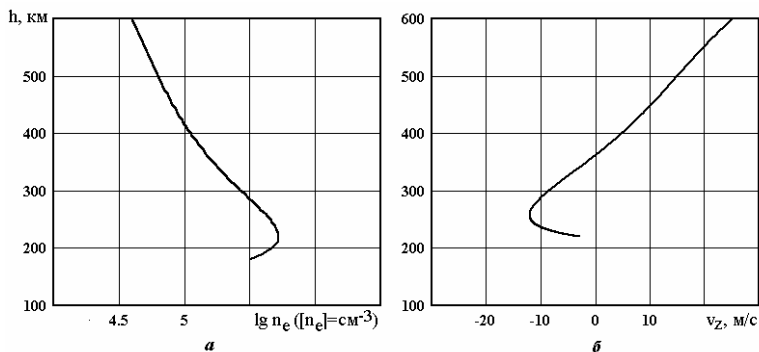


Рис. 1. Экспериментальный профиль электронной концентрации и соответствующий ему теоретически вычисленный профиль скорости движения плазмы

**Выводы.** Таким образом, уравнение непрерывности распределения ионов  $O^+$  позволяет из высотного профиля электронной концентрации вычислять профиль скорости переноса. Приведен алгоритм построения высотного профиля электронной концентрации, который удобно использовать для описания экспериментальных данных области F2 ионосферы. Принципиальное отличие этого алгоритма от известных заключается в том, что параметры, задающие профиль электронной концентрации, являются визуально понятными. Эти величины являются геометрическими параметрами кривой высотного профиля  $n_e(h)$ .

**Список литературы:** 1. Иванов-Холодный Г.С., Михайлов А.В. Прогнозирование состояния ионосферы. – Л.: Гидрометеиздат, 1980. – 190 с. 2. Дэвис К. Радиоволны в ионосфере / Пер. с англ. – М.: Мир, 1973. – 504 с. 3. Serafimov K.B. Methods for Determining a Standard Ionospheric Topside Profile by Single Measurements // Доклады Болгарской академии наук. – 1976. – 29, № 29. – С. 1613 – 1615. 4. Bilitza D. International Reference Ionosphere 2000 // Radio Sci. – 2001. – 36, № 9. – С. 261 – 275. 5. Depuev V.H., Pulnits S.A. A global empirical model of the ionospheric topside electron density // Adv. Space Res. – 2004. – 34, N. 9. – Р. 2016 – 2020. 6. Дзюбанов Д.А., Ляшенко М.В., Черногор Л.Ф. Исследование и моделирование вариаций параметров ионосферной плазмы в период минимума 23-го цикла солнечной активности // Космична наука і технологія. – 2008. – 14, № 1. – С. 44 – 56.

Поступила в редакцию 04.06.2010